



FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

FATEC-BA – FACULDADE DE TECNOLOGIA E CIÊNCIAS DA BAHIA

Componente Curricular: Cálculo Diferencial III

Docente: Luiz Henrique Menezes de Lima **Semestre:** 2022.2

Cursos: Engenharia – 4º Semestre **Data:** 14 de Setembro de 2022

Discente: _____ **Nota:** _____

AVALIAÇÃO – 1º BIMESTRE

“A persistência é o melhor caminho do êxito” – Charles Chaplin

Questão 01:

Analise as proposições abaixo se VERDADEIRO mostre e se FALSO de um contra – exemplo:

() A condição para que as variáveis u, v e $w \in \mathbb{R}$ de modo que se tenha a sequência (u, v, w) seja simultaneamente P.A. e P.G. é que $u = v = w$

() Dada a P.G. finita $(a_1, a_2, a_3, \dots, a_{10})$ de modo que $a_1 = 2$ e $a_2 = 6$ é possível a igualdade $(a_{10})^{\frac{1}{8}} = 3 \cdot (2)^{\frac{1}{8}}$.

() Uma transformação tal g é recursivamente definida como uma sequência tal que $f(n+1) = \frac{5f(n)+2}{5}$. Então sendo $f(1) = 5$ temos $f(10) = 45$

() A adição de todos os números ímpares maiores que 20 e menores que 80 será 1500.

Questão 02:

Resolva a equação $\log_3^x + \log_3^{x^2} + \dots + \log_3^{x^{49}} + \log_3^{x^{50}} = 200$

Questão 03:

Numa sequência absoluta temos que 3, x e y formam nessa ordem uma P.A. e que 3, $x - 6$ e y nessa ordem forma uma P.G. Qual o valor de x e y nessas progressões da sequência definida?

Questão 04:

Indica-se por a_n o termo de ordem n de uma sequência. Se os termos de uma progressão

geométrica decrescente e infinita são tais que $\begin{cases} a_1 + a_3 = \frac{82}{3} \\ a_3 + a_5 = \frac{82}{243} \end{cases}$, qual o limite da soma dos termos

da Progressão?

Gabarito da Avaliação 01

Cálculo 03 \Rightarrow 2022.2

Questão 01:

$$a) (u, v, w) \in P.A. \Rightarrow \begin{cases} u + R = v \rightarrow v = R + u \\ v + R = w \rightarrow v = R + w \end{cases}$$

$(u, v, w) \in P.G$

$$\begin{cases} u \cdot R = v \rightarrow R = \frac{v}{u} \\ v \cdot R = w \rightarrow R = \frac{w}{v} \end{cases} \Rightarrow \frac{v}{u} = \frac{w}{v} = v^2 = u \cdot w$$

$$v = u \cdot w$$

$$\left(\frac{u+w}{2}\right)^2 = u \cdot w$$

$$\frac{(u+w)^2}{4} = u \cdot w$$

$$(u+w)^2 = 4uw$$

$$u^2 + 2uw + w^2 = 4uw$$

$$u^2 + 2uw - 4uw + w^2 = 0$$

$$u^2 - 2uw + w^2 = 0$$

$$(u-w)^2 = 0 \rightarrow u = w$$

$$v = \frac{u+w}{2} = u = w$$

$$v = \frac{u+u}{2} = v = u$$

Logo $w = u = v$

Verdadeiro

$$b) a_1 = 2$$

$$a_2 = 6$$

$$(a_{10})^{\frac{1}{8}} = 3 \cdot (2)^{\frac{1}{8}} = ?$$

$$a_{10} = a_1 \cdot q^9$$

$$= 2 \cdot 3^9 \Rightarrow (a_{10})^{\frac{1}{8}} = 2^{\frac{1}{8}} \cdot 3^{\frac{9}{8}}$$

logp é falsa a afirmativa

$$c) f(1) = 5 = \frac{25}{5}$$

$$f(2) = \frac{5 \cdot f(1) + 2}{5} = \frac{27}{5}$$

$$f(3) = \frac{5 \cdot f(2) + 2}{5} = \frac{29}{5}$$

logp:

$$f(101) = a_1 = \frac{25}{5}$$

$$r = \frac{27}{5} - \frac{25}{5} = \frac{2}{5}$$

$$n = 101$$

$$a_{101} = \frac{25}{5} + 100 \cdot \frac{2}{5} = 45$$

Verdadeiro

$$d) \{ 21, 23, 25, \dots, 79 \}$$

$$a_n = 79$$

$$a_1 = 21$$

$$r = 2$$

$$a_n = a_1 + (n-1) \cdot r$$

$$79 = 21 + (n-1) \cdot 2$$

$$79 = 21 + 2n - 2$$

$$79 - 21 + 2 = 2n$$

$$n = 30$$

$$S_{30} = \frac{(a_1 + a_{30}) \cdot 30}{2}$$

$$S_{30} = \frac{(21 + 79) \cdot 30}{2}$$

$$S_{30} = 1500$$

Verdadeiro

Questão 02:

$$x > 0$$

$$\log_3^x + \log_3^{x^2} + \dots + \log_3^{x^{49}} + \log_3^{x^{50}} = 200$$

$$\log_3 (x \cdot x^2 \cdot \dots \cdot x^{49} \cdot x^{50}) = 2550$$

$$\log_3 (x^{1+2+\dots+49+50}) = 2550$$

$$1+2+\dots+49+50 = \frac{(1+50) \cdot 50}{2} = 1275$$

Logo:

$$\log_3 (x^{1+2+\dots+49+50}) = \log_3^{1275} = 2550$$

$$1275 \log_3^x = 2550$$

$$\log_3^x = \frac{2550}{1275}$$

$$\log_3^x = 2$$

$$x = 3^2$$

$$\boxed{x = 9}$$

Questão 04:

$$a_1 + a_3 = \frac{82}{3}$$

$$a_3 + a_5 = \frac{82}{243}$$

$$a_1 + a_1 \cdot q^2 = \frac{82}{3}$$

$$a_1 \cdot q^2 + a_1 \cdot q^4 = \frac{82}{243}$$

$$a_1(1 + q^2) = \frac{82}{3}$$

$$a_1 \cdot q^2(1 + q^2) = \frac{82}{243}$$

$$\frac{\cancel{a_1 \cdot q^2} (1 + \cancel{q^2})}{\cancel{a_1} (1 + \cancel{q^2})} = \frac{\frac{82}{243}}{\frac{82}{3}} \Rightarrow q^2 = \frac{1}{81}$$
$$q = \frac{1}{9}$$

$$a_1 = \frac{82}{3(1 + \frac{1}{81})} = a_1 = 27$$

$$S = \frac{27}{1 - \frac{1}{9}}$$

$$S = \frac{243}{8}$$